بررسی میزان دقّت خروج از مرکز مدار زمین ـ خورشید در ادوار میانهٔ اسلامی

سید محمد مظفّری[۱]

(دریافت مقاله:۱۳۹۰/۰۳/۰۳-پذیرش نهایی:۱۳۹۰/۱۱/۰۳)

چکیده

در این پژوهش، سه روش اندازه‌گیری خروج از مرکز مدار زمین- خورشید در اخترشناسی باستان و ادوار میانه، یعنی روش فصول، روش اوساط بروج و روش سه نقطه‌ای، معرّفی و میزان دقّت آنها از دو جنبه بررسی می‌شود: اوّل، محدوده دقّت ذاتی روش و حسّاسیّت آن به مقادیر ورودی و دوم، میزان دقّت از حیث بررسی موردی مقادیر تاریخی به دست آمده در ادوار میانه اسلامی. در جنبهٔ نخست، چنین نتیجه شده است که میزان دقّت ذاتی هر روش از روش پیش از آن بیشتر است و وقوف منجمّان ادوار میانه بر این واقعیّت به جایگزینی هر روش بر روش متقدّم و لاجرم افزایش کاربرد روش سه نقطه‌ای و تبدیل شدن آن به شیوهٔ استاندارد تعیین خروج از مرکز منجر شده بوده است. در جنبهٔ دوم، با بررسی نمونه‌های تاریخی می‌توان دید که (۱) چنانکه مورد انتظار است، میزان واگرایی و خطای میانگین نتایج حاصل از کاربرد روش فصول بیش از دو روش دیگر است؛ امّا (۲) اگرچه میزان دقّت روش سه‌نقطه‌ای بیشتر است، دقیق‌ترین مقادیر مضبوط برای خروج از مرکز متعلّق به کاربرد روش فصول است؛ همچنین، (۳) دقیق‌ترین مقدار در ادوار میانه اسلامی متعلّق به اندازه‌گیری بیرونی در سال ۳۸۵ یزدگردی/ ۱۰۱۶م بر اساس روش فصول و دقیق‌ترین مقدار به کار رفته در زیج‌های مشهور همان دوران متعلّق به الغ بیگ، در *زیج سلطانی*، است، در حالی که سه مقدار متعلّق به مروروذی، نیریزی و خازنی از کمترین میزان دقّت برخوردار بوده‌اند. (۴) دقّت اندازه‌گیری‌ها در ادوار میانهٔ اسلامی بیش از میزان دقّت اندازه‌گیری کوپرنیک در اوایل سدهٔ ۱۶م بوده است.

کلید واژه‌ها: اخترشناسی دوره میانهٔ اسلامی، الگوی خورشیدی، خروج از مرکز، روش اوساط بروج، روش‌سه نقطه‌ای، روش فصل.

۱. عضو هیأت علمی مرکز تحقیقات نجوم و اخترفیزیک مراغه، ایران. رایانامه:Email: mozaffari@riaam.ac.ir

I. مقدّمه

۱. الگوی خورشیدی

از دید یک ناظر زمینی چنین به نظر می‌رسد که خورشید در طیّ دورهٔ زمانی مشخّصی مداری دایره شکل را به دور زمین می‌پیماید. اگر ارتفاع خورشید در طیّ روزهای متوالی (مثلاً با نصب شاخص ساده‌ای بر روی زمین) سنجیده شود، می‌توان دید که خورشید در طیّ سال یک بار به بیشینه ارتفاع در هنگام گذر نصف‌النّهاری می‌رسد (انقلاب تابستانی)، سپس ارتفاع نصف‌النّهاری آن در روزهای بعد کاهش می‌یابد تا در زمانی که در آن طول مدّت روشنایی روز و شب برابر می‌شود (اعتدال پاییزی)، سپس کاهش ارتفاع ادامه می‌یابد تا به کمترین مقدار در طیّ سال برسد (انقلاب زمستانی)، پس از آن، ارتفاع رو به افزایش می‌گذارد تا دوباره زمانی فرا می‌رسد که در آن طول مدّت زمان روشنایی روز و شب برابر می‌شود (اعتدال بهاری) و این افزایش ارتفاع نصف‌النّهاری تا رسیدن به بیشینه مقدار ادامه می‌یابد و دوباره این چرخهٔ تناوبی تکرار می‌شود. فاصلهٔ زمانی بین دو نقطهٔ اعتدال و انقلاب متوالی با یکدیگر مساوی نیست. بنابراین، در ساده‌ترین شکل چنین استنباط می‌شود که خورشید در مداری دایره‌ای به گرد زمین می‌چرخد که مرکز آن بر مرکز زمین منطبق نیست. این تجربهٔ سادهٔ سالیانه دو مفهوم اولیّه ایجاد می‌کند: (۱) خروج از مرکز مدار خورشید، و (۲) نقطه‌ای از آن مدار فرضی که بیشترین فاصله را از مرکز زمین دارد، یعنی نقطهٔ اوج (Apogee)، و نقطهٔ مقابل آن (حضیض Perigee) که بُردارِ خروج از مرکزِ مداری روی خطّ متصّل بین نقاط اوج و حضیض (Apsidal Line) قرار می‌گیرد. مدّت زمان یک بار چرخش ظاهری خورشید را اگر از نقطه‌ای بر روی این دایرهٔ فرضی بسنجیم که در آن طول مدّت روز و شب برابر می‌شود، به مفهومی از «سال» می‌رسیم که «سال اعتدالی» (TropicalYear) نامیده می‌شود که مبدأ زمانی آن لحظهٔ اعتدال بهاری است، یعنی زمانی که خورشید ظاهراً از محلّ تلاقی استوای سماوی و دایرة البروج (اوّل برج حَمَل: ♈0) در حال گذر است.[۱] این مفاهیمِ تجربی اولیّه پارامترهای بنیادین ساده‌ترین الگوی

۱. می‌توان مبدأ مکانی و زمانی آغاز سال را یک ستارهٔ ثابت درنظر گرفت؛ در این صورت، یک «سال» فاصلهٔ زمانی بین دو گذر متوالی خورشید از کنار یک ستارهٔ خاصّ از دید ناظر زمینی خواهد بود که «سال نجومی» (Sidereal Year) نامیده می‌شود.

خورشیدی را فراهم می‌آورد (شکل۱). قدمت این مفاهیم علمی را که تقریباً با تغییراتی اندک (مدار بیضوی به جای دایره و زمین متحرّک به جای خورشید) تا به امروز حفظ شده‌اند نمی‌توان تعیین کرد. هیپارخوس (۱۵۰ ق.م) به خوبی از این الگو آگاه بوده است.[۱]

اگر فرض کنیم که خورشید با سرعتی یکنواخت در مدار دایره‌ای خود می‌چرخد، جابه‌جایی ناشی از خروج از مرکز باعث می‌شود که سرعت آن از دید ناظر زمینی همواره یکسان به نظر نرسد؛ وقتی خورشید دورتر از زمین (نزدیک به نقطه اوج) قرار دارد، سرعت آن کمتر و زمانی که نزدیک‌تر به زمین (پیرامون نقطه حضیض) است، سرعت آن بیشتر است. این تغییر سرعت یا اعوجاج آن از مقدار ثابت میانگین یک «آنومالی» است که در اثر خروج از مرکز ایجاد شده است و به مقدار آن بستگی دارد.

برای تعیین موقعیّت مداری خورشید در دایره بروج (طول λ نسبت به نقطهٔ اعتدال بهاری Υ، شکل۱) باید ابتدا پارامترهای بنیادین ساختاری مداری آن، خروج از مرکز e (بر حسب شعاع مداری R با مقدار دلخواه) و موقعیّت نقطه اوج را در زمان مبدأ t_0، λ_{a0} دانست. برای تعیین سرعت میانگین مداری آن (ω) باید طول سال اعتدالی TY یعنی زمان رسیدن خورشید به دو نقطه اعتدال بهاری متوالی را اندازه گرفت: $\omega=360/TY$؛ و در نهایت باید طول میانگین خورشید (تصویر خورشید میانگین نسبت به دایره بروج) را در زمان مبدأ t_0 در نظر گرفت ($\overline{\lambda_0}$). حال طول خورشید میانگین

$$\overline{\lambda} = \overline{\lambda_0} + \omega(t - t_0) \qquad (۱$$

است. طول نقطه اوج نیز تابعی خطّی از زمان و سرعت حرکت تقدیمی ψ است:[۲]

$$\lambda_a = \lambda_{a0} + \psi(t - t_0) \qquad (۲$$

---

۱. برای مطالعه کامل‌تر الگوی خورشیدی و پارامترهای آن که در بند۱ بالا به اختصار می‌آید، نک Pedersen, Ch. 3: pp. 122–128 و نیز Neugebauer, Vol. 1, pp. 53–61.

۲. λ_a در سنّت بطلمیوسی ثابت بوده است (65;30)، امّا در اوایل دوران اسلامی کشف شد که نقاط اوج و جوزهر سیّارات و خورشید نیز تابع حرکت تقدیمی اعتدالین، و بنابراین، تابع زمان، است (نک توضیحات بیرونی در مقاله ۶ *القانون المسعودی*، ۲/ ۶۵۷ به بعد).

برای تعیین طول حقیقی خورشید باید تعدیل آنومالی q ناشی از خروج از مرکز مداری را محاسبه نمود که تابعی از e ، λ_a و $\overline{\lambda}$ است:

$$q = -\arctan\left(\frac{e\sin(\overline{\lambda} - \lambda_a)}{R + e\cos(\overline{\lambda} - \lambda_a)}\right) \qquad (۳$$

و در نهایت

$$\lambda = \overline{\lambda} + q\,. \qquad (۴$$

بنابراین، الگوی خورشیدی به پنج پارامتر $\overline{\lambda_0}$ ، TY، ψ، e ، λ_{a0} بستگی دارد، امّا تنها دارای یک آنومالی ناشی از e و بنابراین، ساده‌ترین الگوی سیّاره‌ای است. پارامتر نخست ثابت است. دو پارامتر دیگر از جنس سرعت (حرکتی) هستند، ولی پارامترهای e ، λ_{a0} ساختاری‌اند و پیکربندی مداری خورشید را تعریف می‌کنند. در رصدهای مختلف مقادیر متفاوتی برای TY و e ، که ثابت فرض می‌شدند، به دست می‌آمد. تنوّع مقادیر چنان بود که مثلاً در مورد TY، کوپرنیک در آغاز اثر خویش، *در باب گردش اجرام سماوی*، لب به اعتراض می‌گشاید: «نتایج در مورد حرکات خورشید و ماه آنچنان غیرقطعی است که [اخترشناسان] نمی‌توانند مقدار ثابتی را برای طول سال اعتدالی اثبات کنند یا از طریق رصد به دست آورند.»[۱] یا در مورد خروج از مرکز، بیرونی ناگزیر می‌شود که خواننده اثر خود را از اضطراب ناشی از تفاوت مقادیر به دست آمده توسّط اخترشناسان مختلف برهاند (جمله منقول از وی را در بند II ببینید).[۲]

هر خطا در یکی از پارامترهای خورشیدی خطای نظام داری را در تعیین طول حقیقی خورشید موجب می‌شود. الگوی خورشید حتّی در نظام زمین‌مرکزی ساده‌ای که در شکل۱ نشان داده شده است، نقش محوری را در تعیین مختصات ماه و سایر سیّارات

1. Copernicus, folia iiiR-iiiV.

۲. در حقیقت هر دو مقدار متغیّر است. خروج از مرکز زمین با گذشت زمان با سرعتی بسیار اندک در حال کاهش است. (در بند III پایین، نمودار تغییرات آن خواهد آمد.) در مورد تغییر طول سال اعتدالی، مقاله زیر حاوی نکات فنّی و تاریخی ارزنده‌ای است: Meeus and Savoie.

ایفا می‌کند؛ برای نمونه، حرکت میانگین سیّارات زیرین مساوی با حرکت میانگین خورشید است و حرکت سیّارات زبرین در آنومالی نیز مستقیماً به حرکت میانگین خورشید بستگی دارد. مختصّات ستارگان ثابت نیز بسته به وضعیّت خورشید است. بنابراین، هر خطا در این پارامترها سلسله‌ای از خطاهای دیگر را باعث می‌شود که همگی اجتناب‌ناپذیر خواهند بود؛ یک مثال تاریخی: اندازه‌گیری بطلمیوس برای تعیین زمان اعتدال بهاری خطایی حدود ۱+ روز داشت، که این خطایی در حدود ۱ در λ را باعث شد. این خطا مستقیماً اندازه‌گیری طول دایرة البروجی ستارگان را متأثّر ساخت و وضعیّت همهٔ ستارگان با خطای نظامدار حدود ۱- در *مجسطی* (کتابهای ۷ و ۸) فهرست گردید.[۱]

۲. روش‌های تاریخی اندازه‌گیری پارامترهای حرکتی الگوی خورشیدی

چنانکه آمد، خروج از مرکز، مسئول نوسان سرعت خورشید از مقدار میانگین ω است. برای مثال، در نمودار شکل۲ تغییرات سرعت خورشید بر اساس مقدار بطلمیوسی e=2;30 (R=60) و مقدار e=2;6 که به وسیلهٔ محیی‌الدّین مغربی (د. ۶۸۳ق/۱۲۸۳م) در رصدخانه مراغه به دست آمده بوده است، مقایسه شده است. تغییرات سرعت زاویه‌ای لحظه‌ای خورشید، برای مثال، مستقیماً محاسبه کمیّت‌های مربوط به پدیده‌هایی نظیر خسوف و کسوف را متأثّر می‌سازد.

از این گذشته، چنانکه دیدیم، تعدیل مرکز خورشید و در نتیجه طول λ خورشید به مقدار خروج از مرکز مداری آن بستگی دارد. با محاسبه ساده‌ای می‌توان نشان داد که اگر خطا در تعیین خروج از مرکز خورشید را با Δe نشان دهیم، بیشینه مقدار خطا در تعیین طول خورشید (هنگامی که خورشید به تربیع مداری خود می‌رسد) برابر است با:[۲]

$$\Delta\lambda = \frac{360}{\pi}\Delta e\,. \qquad (۵$$

۱. برای تحلیل این خطا، نک: Newton, pp. 369–370. سده‌ها بعد از بطلمیوس همین خطا موجب بروز خطا در اندازه‌گیری سرعت حرکت تقدیمی اعتدالین در اوایل دوران اسلامی گردید؛ نک: Grasshoff, pp. 19–20.

2. Neugebauer, vol. 3, pp. 1095–1101.

بنابراین، در توضیح روش‌های تاریخی پژوهش حاضر متوجّه موارد زیر خواهد بود: (۱) تعیین میزان دقّت، و محدودیّت‌های ذاتی و چرایی این محدودیّت‌ها در روش‌های تعیین خروج از مرکز مدار زمین ـ خورشی؛ (۲) آیا خود کاربران این روش‌ها به آن محدودیّت‌ها وقوف داشته‌اند یا خیر، و در صورت وقوف، با چه معیارهایی از روش‌های جایگزین استفاده نموده‌اند؛(۳) و در نهایت این جایگزینی چه ثمری به بار آورده بوده است. روش‌ها عبارتند از:

(۱) و (۲) روش فصول و روش اوساط بروج (روش دوم اصلاح‌شده روش نخست است نک: شکل۳): در طیّ یک سال TY (در نتیجه، مقدار ω) و فاصله زمانی بین اعتدال تا انقلاب (مثلاً اعتدال بهاری تا انقلاب تابستانی ♈♋ و انقلاب تابستانی تا اعتدال پاییزی ♋♎) تعیین می‌شود. سپس، مقدار حرکت زاویه‌ای میانگین خورشید در این دو بازه زمانی (یعنی، اندازهٔ کمانهای a و b) محاسبه می‌شود؛ سپس، خروج از مرکز $e =$ CT از رابطه ساده زیر به دست می‌آید:

$$e = R\sqrt{\sin^2\left(\frac{a-b}{2}\right)+\cos^2\left(\frac{a+b}{2}\right)} \qquad (۶$$

چنانکه در بند II خواهیم دید، این روش به مقادیر بازه‌های زمانی حسّاس است.[۱] همچنین، تعیین دقیق زمان انقلابین با دشواری‌های فنّی و تجربی همراه است که میزان دقّت آن را تا حدّ زیادی محدود می‌کند و امکان بروز خطا را بالقوّه افزایش می‌دهد. یک روش جایگزین، اندازه‌گیری زمان بین میانه دو فصل متوالی (مثلاً، میانه زمستان، ♑♈، تا میانه بهار، ♈♋، و از آنجا تا وسط تابستان ♋♎) است.

(۳) روش سه نقطه‌ای (نک: شکل۴): پس از تعیین TY، خورشید در سه زمان مختلف در طیّ یک سال رصد می‌شود تا اختلاف طول دایرة البروجی حقیقی بین دو رصد متوالی $\Delta\lambda$ آن به دست آید. اختلاف طول میانگین $\overline{\Delta\lambda}$ نیز از مقدار ω محاسبه

۱. در یک مثال ساده، فرض کنید a=93° و b=92°، آنگاه، e=2.67 (R=60)؛ حال با افزایش یک درجه‌ای در مقدار a (≈ حدود یک روز، مثل خطای بطلمیوس که در بالا ذکر شد)، e=3.31 به دست خواهد آمد؛ یعنی، خطای حدود ۲۴٪. برای یک مطالعه مقدّماتی درباره تعیین دقّت مقادیر تاریخی، نک Hughes.

می‌شود. حال با در اختیار داشتن اندازه چهار کمان، به سادگی می‌توان $e = CT$ را با استفاده از مثلّثات مسطّحه محاسبه نمود.

روش سه نقطه‌ای دقیق‌تر و قابل اطمینان‌تر از روش‌های پیشین است. در بند III نتایج بررسی موردی مقداری را که محیی‌الدّین مغربی با همین روش در رصدخانه مراغه به دست آورده بوده خواهیم دید. با این حال، نباید از نظر دور داشت که دقّت مقادیر ورودی، که ناشی از دقّت راصد و ابزارهای اندازه‌گیری هستند، نقش بالقوّه مؤثّری در دقّت نتایج نهایی ایفا می‌کنند (در بند II ذیل بدان‌ها پرداخته می‌شود) و می‌توانند دقّت روش به کاربسته شده را تحت الشّعاع قرار دهند (نک: استنباط‌های بند III).

هر سه روش یادشده در سطور پیشین را می‌توان به طور مستقیم یا غیرمستقیم از خلال روش‌های ریاضیی که بطلمیوس از آنها برای تعیین پارامترهای ساختاری الگوهای سیّاره‌ای خویش استفاده کرده است، استخراج نمود.[1] با این حال، ابوریحان بیرونی، روش سه نقطه‌ای را به استاد خویش، ابونصر منصور بن علی بن عراق، نسبت داده و آورده که در کتاب *الاستشهاد فی اختلاف الإرصاد* خود (که نسخه‌ای از آن برجای نمانده) درباره برتری روش سه نقطه‌ای بر دو روش پیشین سخن گفته است.[2]

II. دسته‌بندی و تعیین دقّت مقادیر تاریخی

چنانکه گفتیم، «روش فصول» و نوع اصلاح شده آن، روش «اوساط بروج»، تا حدّ زیادی به اندک تغییر در مقادیر ورودی (فاصله زمانی اعتدالین و انقلابین) که از طریق رصد به دست می‌آید حسّاس‌اند. حسّاسیّت روش باعث می‌شود که در رصدهای مختلف که در بازه زمانی اندک انجام پذیرفته است مقادیر متفاوتی برای خروج از مرکز و طول نقطه اوج به دست آید. این مسأله به لحاظ تاریخی مورد توجّه اخترشناسان قرار گرفته بوده؛ از آن جمله، بیرونی در مقاله ۶ *قانون مسعودی*، که به بحث در باب پارامترهای خورشیدی می‌پردازد، دلیل این امر را به درستی «عِظمُ مقدار التغییر عند أدنی تفاوتٍ یلحق بالرّصد» دانسته است.[3] سپس، وی تقریباً تمام مقادیر محاسبه شده توسّط

1. Saliba, p. 114.

۲. بیرونی، *آثار الباقیّه*، ۱۸۴-۱۸۵؛ ترجمه، ص ۲۳۶.

۳. همو، *قانون*، ۶۵۳/۲.

اخترشاسان اوایل دوران میانه اسلامی را که با روش فصول به دست آمده بوده به عنوان شاهد ذکر می‌کند که در جدول۱ زیر فهرست شده است:

ستون۱ نام اخترشناسانی است که اندازه‌گیری توسّط آنان انجام گرفته است.

ستون۲ زمان اندازه‌گیری را به دست می‌دهد. بیرونی زمان اندازه‌گیری را بر حسب سالهای یزدگردی Y ارایه داده است. این سال‌ها برحسب نظام متقدّم است که در آن ماه‌ها سی روزه بوده و پنج روز اضافه پس از ماه آبان منظور می‌شده است. در ذیل تاریخ یزدگردی تاریخ متناظر ژولیانی آمده است.

در ستونهای ۳ و ۴ مدّت زمان بهار (♈♋) و تابستان (♋♎) بر حسب اندازه‌گیری همان اخترشناسان است.

در ستون ۵ مقدار خروج از مرکز به دست آمده به وسیلهٔ آن اخترشناسان که بیرونی گزارش کرده ذکر گردیده است. اغلاط نگارشی فراوان در چاپ حیدرآباد *القانون المسعودی* وجود دارد. در این پژوهش، ارقام ابجد متن با کمک مقادیری که بیرونی برای بیشینه مقدار تعدیل مرکز خورشید $q_{\max}$ در نزد اخترشناسان فوق‌الذّکر ارایه کرده است، و نیز با محاسبه مجدّد بر اساس طول فصول اصلاح شده است. در دو مورد نخست، مقادیر خروج از مرکز بر حسب طول فصول ارایه شده در ستون‌های ۳ و ۴ دوباره محاسبه شده است. نتایج، که به صورت *کج نوشته* در ذیل مقادیر تاریخی آمده است، تفاوت‌ها را از مقدار مضبوط توّسط بیرونی نشان می‌دهد.

در ستون ۶ مقادیر طول دایرةالبروجی نقطهٔ اوج مدار خورشید آمده است.

در ستون‌های ۵ و ۶ مقادیر حقیقی خروج از مرکز، $2e'$ (رابطه (۷) بند III) و نقطه اوج به صورت ارقام ضخیم در ذیل مقادیر تاریخی داده شده است.[۱] مقدار خروج از مرکز زمین در طیّ سال تفاوتی را نشان نمی‌دهد که در یک بررسی تاریخی شایان توجّه باشد، امّا در مورد نقطه اوج، زمان اعتدال پاییزی ملاک قرار گرفته است.

سایر توضیحات در مورد هر اندازه‌گیری در ذیل جدول با ارجاع به شماره ردیف آمده است.

---

۱. در این مقاله، زمان اعتدالین و انقلابین و نیز عناصر مداری بر حسب روابط استاندارد ارایه شده در Meeus, Ch. 26 pp. 165–170 and Ch.30: pp. 197–224 محاسبه شده است.

جدول ۱

			♈♋	♋♎	e	λ_a
۱	خالد المروروذی، علی بن عیسی الحرّانی و سند بن علی	212 Y 25 April 843–23 April 844	93;54,35[d] **93;32,24**	93; 9,20[d] **93; 2,47**	2;19,17, 6 *2;19,28,43* **2*e*'= 2; 3,41**	82;9,55° **83;7**
۲	ثابت بن قرّه	201 Y 27 April 832–26 April 833	93;40 **93;32,50**	93;2,30 93;1,54 **93;2,40**	2; 7,40,49 *2; 7,53, 5* 2;10,14,19 *2; 7,46,57* **2*e*'= 2; 3,43**	81;38,22,28 81;23,10,10 **82;56**
۳	بتّانی	251 Y 15 April 882–14 April 883	93;35 **93;30,55**	93;1,52 **93;4,18**	2; 4,29,19 **2*e*'= 2; 3,34**	82;7,38,23 **83;46**
۴	سلیمان بن عصمت سمرقندی	257 Y 13 April 888–12 April 889	93;27, 3,45 **93;30,34,12**	93;2,25,25 **93;4,23,31**	2; 0,28,15 **2*e*'= 2; 3,33,18**	83;11, 1, 1 **83;53**
۵	ابوالوفاء بوزجانی	343 Y 23 March 974–22 March 975	93;30, 8 **93;27,46**	93;7,10 **93;7,33**	2; 4,10,49 **2*e*'= 2; 3,19**	84;34,45,50 **85;21**
۶	ابوریحان بیرونی	385 Y 12 March 1016–11 March 1017	93;28 **93;26**	93;8 **93;9**	2; 3,36,34 **2*e*'= 2; 3,11,31**	85;13,5,24 **86;4**

[۱] بیرونی مقادیر مربوط به منجمّان مـأمون را از کتـاب *تفسیرالمجسـطی* ابوجعفرخـازن (اکنـون مفقود) نقل کرده است.[۱] چنانکه بیرونی ذکر مـی‌کنـد، بـرای طـول سـال اعتـدالی، مقـدار بطلمیوسـی 365;14,18 روز مبنا قرار گرفته بوده است. این رصدها دومین برنامه رصدی روزگار مأمون است. پس از نارضایتی وی از نتایج رصدی شمّاسیّه بغداد به سرپرستی یحیی بن ابی منصور (نـک شمـ [۷] و[۸] جدول پایین)، برنامه رصدی دیگری با مدیریّت مروروذی در کوه قاسیون حوالی دمشق انجام گرفته بوده است.[۲]

[۲] در مورد ثابت بن قرّه، بیرونی یک بار طول تابستان را بر اساس طول سال 365.25 روز و بـار دیگر بر اساس طول سال اعتدالی 365;14,24 روز به دست می‌دهد که بر این اساس، دو مقدار مختلف برای خروج از مرکز به دست می‌آید. به نظر می‌رسد که در بـار دوم، بیرونـی مقـدار خـروج از مرکـز را اشتباه محاسبه کرده است.[۳] منبع بیرونی کتاب (اینک مفقود) *سنة الشّمس* بنوموسی بوده است.

[۳] مقدار نهایی خروج از مرکز خورشید در *زیج الصّابئ* بتّانی 2;4,45 است (فصل۲۸) که بر اساس آن q_{max}=1;59,10° در جداول تعدیل مرکز خورشید وی ذکر شده است.[۴] از مقدار بتّانی به کـرّات در منابع مختلف، به‌ویژه اثر کوپرنیک، یاد می‌شود.[۵]

---

۱. قانون، ۶۵۳/۲.

2. Charette, 125.

۳. قانون، ۶۵۴/۲.

4. Nallino, I, p. 47; II, pp. 79–83]: qmax on p. 81.

۵. گویا تا پیش از برقراری سنّت نجومی مراغه مقدار بتّانی بیشتر از مقادیر سایر منجمّان مورد وثوق بوده، چنانکه در آثار عمومی نجومی نیز ذکر می‌شده است؛ برای نمونه، نک: طوسی، معینیّه، ص۴۲.

[۴] از ابن عصمت سمرقندی اثری مکتوب در دست نیست، ولی بیرونی پارامترهای مختلفی را از وی در آثار خویش ذکر کرده[۱] و قضاوت خوبی نسبت به نتایج رصدهای وی ابراز داشته که قابل تأیید است (نک سطور بعد).

[۵] از ابوالوفاء بوزجانی نیز اثری که در آن پارامترهای خورشیدی مورد بررسی قرار گرفته باشد در دست نیست. زیج وی برجای نمانده و مختصری از *المجسطی* وی به دست ما رسیده است.[۲]

[۶] بیرونی در همین سال اندازه‌گیری‌های دیگری بر اساس دو روش دیگر انجام داده بوده است که در ادامه خواهد آمد.

چنانکه به وضوح در جدول بالا می‌توان دید، با گذشت زمان میزان دقّت اندازه‌گیری طول فصول افزایش و در نتیجه، میزان خطا در اندازه‌گیری خروج از مرکز مدار زمین-خورشید کاهش یافته است. بتّانی، ابوالوفاء و بویژه بیرونی دقیق‌ترین مقادیر را به دست آورده بوده‌اند.

واضح است که منشأ خطا در روش فصول به خطاهای احتمالی در تعیین فواصل زمانی بین اعتدال و انقلاب باز می‌گردد. پس، یافتن منشأ خطاهای احتمالی در زمان‌شماری بین اعتدال و انقلاب می‌تواند بالقوّه در تصحیح مقادیر و تحقیق در امکان تصحیح مؤثّر باشد. برای تعیین زمان اعتدالین و انقلابین، منجمّان ارتفاع نصف‌النهاری خورشید را با ابزارهای نصف‌النّهاری اندازه‌گیری می‌کردند؛ یعنی، ابزارهایی مانند ذات‌الرّبع/لبنه، سدس فخری، ذات الشّعبتین و... که در امتداد خطّ نصف‌النّهار نصب و برای تعیین بیشینه و کمینه و میانگین ارتفاع نصف‌النّهاری خورشید در طیّ سال (انقلاب تابستانی، زمستانی و اعتدالین)، عرض جغرافیایی محلّ و بیشینه فاصله زاویه‌ای دایره بروج از استوای سماوی (میل کلّی) استفاده می‌شدند. منشأ خطا در زمان‌شماری را می‌توان به یک یا چند عامل منتسب ساخت: (۱) دقّت/خطای راصد؛ (۲) دقّت/خطای نظام‌دار یا ساختاریِ ابزارهای مورد استفاده؛ (۳) خطاهای احتمالی در تعیین زمان اعتدالین و انقلابین.

در مورد عوامل (۱) و (۲) باید مقادیر مضبوط در منابع تاریخی را که از اندازه‌گیری مقادیر کمّی دخیل در تعیین پارامترهای خورشیدی به دست آمده است با مقادیر حقیقی محاسبه شده برای زمانهای رصد مقایسه نمود. یا در صورت فقدان مقادیر کمّی، قضاوت منجمّان را درباره برخی اسلاف خویش یا ابزارهای نجومی مورد استفاده ایشان،

---

۱. پارامترهای خورشیدی در قانون، ۶۵۴/۲.

۲. پارامترهای خورشیدی در قانون،۲/۵-۶۵۴؛ نیز نک: Kennedy, A Survey of Islamic…, nos. 29 and 73.

هرچند به صورت یک مدرک کیفی و غیراستدلالی، می‌توان محک قرار داد یا در صورت وجود مقادیر تاریخی، از آنها برای راستی آزمایی قضاوت‌ها استفاده نمود (مانند، قضاوت بیرونی درباره رصدهای سلیمان بن عصمت سمرقندی: «المجتهد فی طلب التّحقیق بأقصی الوُسع»؛[1] نک: ادامه مقاله). شایان ذکر است که خطاهای متأثّر از عوامل (۱) و (۲) را نمی‌توان از یکدیگر تمییز داد. سعید و استیونسون اندازه‌گیری‌های ارتفاع نصف‌النّهاری خورشید توسّط منجمّان اوایل دوران اسلامی، مروروذی، بنوموسی، سلیمان بن عصمت، عبدالرّحمن صوفی، ابومحمود خجندی و بیرونی (در جرجانیّه و غزنه)، را تحلیل کرده‌اند. کمترین میزان خطا در مورد مروروذی، $\pm 0.01^\circ$، به دست آمده، در حالی که کلّ خطاها هیچ گاه از $\pm 0.02^\circ$ (= حدود یک دقیقه قوسی) تجاوز نکرده بوده است. این مقدار در حدّ بیشینه توانایی تفکیک (Resolution) چشم غیرمسلّح انسان است[2] (قس: قضاوت بیرونی در مورد سمرقندی). با وجود این دقّت بالا در رصدهای ارتفاع خورشید که تقریباً تمامشان برای تعیین اعتدالین و انقلابین به کار گرفته شده است، حالا افتراق عوامل (۱) و (۲) از اهمیّت کمتری برخوردار خواهد شد. به عنوان مثال برای یافتن خطاهای ابزاری می‌توان به این مورد اشاره کرد: رصدهای بیرونی در غزنه از خطای نظامداری در حدود -0.04° متأثّر شده که این احتمالاً یا ناشی از قرار گرفتن مکان رصد اندکی در شمال مکان کنونی شهر غزنه یا خطای ساختاری در ابزار مورد استفاده وی بوده است. این خطای نظام‌دار در رصدهای وی در جرجانیّه وجود ندارد و میزان خطای میانگین وی در آنجا در حدّ کمتر از 0.02° باقی می‌ماند.[3]

در مورد عامل (۳) می‌دانیم که تعیین زمان انقلابین با ابزارهای نصف‌النّهاری دشوارتر از تعیین زمان اعتدالین است. در همان پژوهش فوق‌الذّکر نشان داده شده است که خطای منجمّان اوایل دوره اسلامی در تعیین زمان اعتدالین حدود 1.2 ساعت، ناشی از خطای میانگین حدود 0.02° در تعیین ارتفاع، بوده است.[4] در رصد انقلابین میزان خطا افزایش می‌یابد. دلیل این امر کاهش سرعت تغییرات ارتفاع خورشید در نقاط انقلابین نسبت به اعتدالین است. در نمودار شکل۵ (الف) تغییرات ارتفاع h خورشید برای شهری با عرض جغرافیایی $\varphi = 37;20^\circ$ در زمانی که میل کلّی $\varepsilon = 23;30^\circ$ باشد، بر حسب طول λ خورشید و در نمودار شکل۵(ب) سرعت تغییرات ارتفاع $(\mathrm{d}h/\mathrm{d}\lambda)$ نشان

۱. *قانون*، ۶۵۹/۲.

2. Said and Stephenson, 125-130.
3. Said and Stephenson, 123 (Table), 125.
4. Said and Stephenson, 127.

داده شده است. در انقلابین (λ=90°, 270°) سرعت تغییرات ارتفاع در یک شبانه روز پیش یا پس از انقلاب به حدود ۴×۱۰^{-۳} (≈ صفر) می‌رسد، در حالی که در اعتدالین سرعت تغییرات حدود ۰/۴ است؛ بنابراین، تعیین زمان دقیق حدوث انقلابین بسیار دشوارتر از تعیین زمان وقوع اعتدالین است. این اصلی‌ترین منشأ خطا در محاسبه زمان‌های ♈♋ و ♎♋ در جدول بالا است. بنابراین، منجمّان برای احتراز از بروز خطاهای چشمگیر نقاط سنجش فواصل زمانی را از اعتدالین به انقلابین به نقاط میانی فاصله زمانی اعتدال ـ انقلاب انتقال دادند که در آن‌ها آهنگ تغییر ارتفاع خورشید در یک شبانه‌روز به حدود ۰/۳، یعنی کمتر از هنگام اعتدالین و بیشتر از هنگام انقلابین،[۱] می‌رسد. در این صورت، منجمّان می‌بایست فاصله زمانی رسیدن خورشید به، مثلاً، λ=315° (وسط برج دلو♒) تا رسیدن آن به λ=45° (وسط برج ثور♉)، یا فاصله زمانی بین λ=45° تا λ=135° (وسط برج اسد♌) و الی آخر، را اندازه می‌گرفتند. بنابراین، چهار ربع شرقی (♉½♒)، شمالی (♌½♉)، غربی (♍½♌) و جنوبی (♒½♍) به دست می‌آمد. سپس، همان روش اندازه‌گیری بر اساس ربع‌های چهارگانه فصول برای این چهار ربع، که از «اوساط بروج» حاصل آمده بود، به کار می‌رفت. بیرونی اندازه‌گیری‌های انجام یافته بر اساس این روش به دست منجمّان اوایل دوران اسلامی را ذکر کرده است که در جدول ۲ ذیل می‌آید. چنانکه مشهود است، کاربرد این روش در ادوار میانه اسلامی دست کم از زمان برنامه رصدی شمّاسیّه در روزگار مأمون سابقه داشته است.

جدول ۲

			½♒–½♉	½♉–½♌	½♌–½♍	½♍–½♒	e	λ_a
۷	مأمون در شمّاسیّه	199 Y 28 April 830–27 April 831			94;48,20	98;35,50	2;14,28,21 **2; 3,43**	61;23,22,40 **82;54**
۸	مأمون در شمّاسیّه	200–201 Y 30 Jan 832–3 August 832	91;45,20 91;45,20	94;11,20 94;11,15			2; 7,18,40 2; 7,19,27 **2; 3,43**	81; 1,50,32 81; 4,22,40 **82;56**
۹	أبوالوفاء بوزجانی	345 Y 22 Match 976–21 March 977	91;34,25	94;9,7,30			2; 5,11,17 **2; 3,18**	85; 0,15,32 **85;24**
۱۰	أبوحامد صغانی	355 Y 20 March 986–19 March 987	91;46,40	94;10			2; 6,33,17 **2; 3,17**	81; 2,29,45 **85;34**
۱۱	أبوریحان بیرونی	385 Y 12 March 1016–11 March 1017		93;16,40 93;33 94;8,30	91; 3,16 91;10,40 91; 4,30		2; 4,43,25 **2; 3,11**	84;11,9 **86; 5**

۱. قانون،۶۵۷/۲.

[۷] و [۸] این نتایج متعلّق به برنامه رصدی روزگار مأمون در شمّاسیّهٔ بغداد (یحیی بن ابی منصور، خوارزمی و سند بن علی) است. نتایج رصد [۷] شگفت‌آور است، از این بابت که مختصّات نقطه اوج متقدّم بر مقدار بطلمیوس (65;30°) و نیز مقادیر نجوم هندی به دست آمده بوده است. منشأ خطا، آنگونه که بیرونی ذکر کرده، اشتباه در رصد خورشید در میانه تابستان (½♋) بود.[۱] بیرونی مقادیر [۸] را از کتاب *سنة الشّمس* بنوموسی نقل کرده و زمان رصدها پس از گذر نصف‌النّهاری خورشید بر حسب کسری از روز را به ترتیب ذیل داده است. (مقادیر خطا بر حسب ساعت و زمان محلّی بغداد درون دو کمان ارائه شده است).

جدول ۳

½♋	3 August 832 AD, 0;32, 5 d	(+2;39 h)
½♏	1 May 832 AD, 0;20,50	(+1;20)
½♒	30 Jan 832 AD, 0;35,30	(–1;15)

زمان‌های محاسبه شده در بر دارندهٔ مقادیر تعدیل زمان (equation of time) هستند که باید از فواصل زمانی بین زمان‌های میانه فصول کاسته یا بر آن افزوده شوند. برای تبدیل «زمان مطلق» به «زمان معدّل» بیرونی 0;0,5 روز (= ۲ دقیقه) از بازه زمانی ♋½–♈½ می‌کاهد[۲] و سپس به این نکته توجّه می‌دهد که با این تغییر کوچک، تغییر قابل ملاحظه‌ای در e و λ_a حادث می‌شود: «هر دو موردی که درباره رصدهای مأمون ذکر کردیم شاهدی است بر اینکه تفاوت مقدار بین زمان مطلق و زمان معدّل موجب بروز این اختلاف می‌گردد تا آنچه که پیشتر گفتیم و به تحقیق آوردیم نشان داده شود».[۳]

[۹] و [۱۰] مقادیری که بیرونی از ابوالوفاء و صغانی ذکر می‌کند در جای دیگری ذکر نشده است. چنانچه می‌توان دید، میزان دقّت اندازه‌گیری ابوالوفاء در روش «اوساط بروج» نسبت به روش «فصول» کاهش یافته است.

[۱۱] بیرونی ذکر می‌کند که در سه بار اندازه‌گیری طول زمانی ♋½–♈½ و ♈½–♎½ به دو مقدار نخست جدول بالا دست یافته است. وی اختلاف زیاد در مقادیر را به اشکال در ابزار و نیز ناتوانی خویش از ضبط مقدار واحد نسبت می‌دهد. سپس، با ذکر اینکه در شهر غزنه امکان حصول مقادیر فراهم نشده بود، وی اندازه‌گیری خروج از مرکز با روش اوساط بروج را در خوارزم به حسب عرض جرجانیّه انجام داده است. بیرونی فقط جزئیّات اندازه‌گیری ارتفاع نصف‌النّهاری خورشید را در روز ۲۰ اردیبهشت ۳۸۵ یزدگردی (= ۳۰ آوریل ۱۰۱۶م) برای تعیین زمان میانه بهار (منتصف ربیع: ♈½) ذکر کرده است.

---

۱. *قانون*، ۶۵۶-۷/۲

۲. مقدار حقیقی تعدیل زمان برای سه رصد یاد شده به ترتیب 4–، 5+ و 16– دقیقه است؛ یعنی، باید یک دقیقه بر بازه زمانی ♋½–♈½ افزود و از بازه زمانی ♈½–♒½ ۱۱ دقیقه کاست.

۳. قانون،۶۵۸/۲

جدول ۴

اختلاف زمان[۱]	☌☽	اختلاف	ارتفاع حقیقی	بیشینه ارتفاع مرصود	زمان رصد
+19 minutes	29 April 1016 + 0;51,30 d	1.5′	64;9,55°	64;11,25°	

با کاربرد روش اوساط بروج نیـز مقـادیر واحـد و قابـل اعتمـادی بـرای پارامترهـای ساختاری خورشید به دست نیامده بوده است. (جالب اینکه هم ابوریحان و هم ابوالوفاء با کاربرد روش فصول مقادیر دقیق‌تری به دست آورده بوده‌اند). از این رو، بیرونـی نـاگزیر پیش از آنکه به شرح اندازه گیری‌های خود برسد لازم می‌بیند تا درباره مقادیر مختلفی که ازکاربرد این روش حاصل آمده است توضیح دهد: «اندیشنده نباید از نـاتوانی‌اش در درک ذات موجودات در اضطراب افتد، بلکه باید بداند که ممکن نیست خروج از مرکـز، حتّی اگر مقدار آن متغیّر باشد، یا نقطه اوج، حتّی اگر از اقبال و ادبار متأثّر شود، در طیّ یک سال تغییر کنـد».[۲] سـپس، بـرای اینکـه نشـان دهـد کـه ایـن تغییـرات ناشـی از محدودیّت‌های موجود در روشهای به کاربسته است، اندازه‌گیری طول فصول توسّط ابن عصمت سمرقندی و اندازه‌گیری فاصله زمانی بین نیمه‌های بروج توسّط ابوحامد صغانی را ذکر و سپس بر اساس هر جفت از آن مقادیر، خروج از مرکز زمین را محاسبه می‌کند؛ نتایجِ بسیار متفاوت از مقادیر زمانی اندازه‌گیری شده به وسیلهٔ یک فرد واحد و در زمان واحد حاصل می‌شود که مؤیّد محدودیّت هر دو روش است.

با گذشت زمان، منجمّان به استعمال هر دو روش فصول و سه نقطه‌ای ادامه دادنـد. هرچند در پاره‌ای موارد صراحتاً بـه مقـدار حاصـل یـا در بسـیاری مـوارد بـه جزئیّـات اندازه‌گیری خود اشاره نمی‌کردند، امّا مقادیر مربوطه را می‌توان از جداول تعدیل مرکـز موجود در زیج‌ها به آسانی استخراج نمود (البتّه، مقدار مستخرج معمولاً گِرد شده است و ممکن است اختلاف اندکی با مقدار اصلی حاصل از رصد داشته باشد). علاوه بر ایـن، در *زیج اشرفی*، محمّد ابن ابی عبدالله سنجر الکمالی همه مقادیری را که منجمّان شرق اسلامی برای تعدیل مرکز به دست آورده بودند، معرّفی کرده است:[۳]

۱. با لحاظ کردن مقدار انکسار جوّی، مقدار اختلاف زمان برای این رصد حدود 41– دقیقه است. نک: آنالیز ایـن رصد در: Said and Stephenson, 129 (Table 6)

۲. *قانون*، ۲/ ۶۵۹

۳. زیج اشرفی، III,6: ۴۹ر.

باب ششم: در شرح اختلاف تعدیل آفتاب و تعدیل ثانی قمر. در ارصاد قدیم غایت تعدیل آفتاب ب کد [= 2°;24] یافته‌اند؛ و بطلمیوس: ب کج [= 2°;23] یافته، و حکما قرش [بخوانید: «فرس»، نک ذیل]: ب ک [= 2°;20]، و نیریزی: ب یج [= 2°;13]، و خازنی: ب یب [= 2°;12]، و هندوان: ب یا [= 2°;11]، و بتّانی: ا نط ی [= 1°;59,10]، و مصنّف *زیج علایی*: ا نط [= 1°;59]، و اکمل المتقدّمین وافضل المتأخّرین نصیر الملّة والدّین - طاب ثراه: ب 0 ل [= 2°;0,30] و محیی‌الدّین مغربی - رحمه الله - ب 0 کا [= 2°;0,21].

مقدار 2°;23 بطلمیوس در *مجسطی* بر اساس خروج از مرکز 2;30 است که هیپارخوس پیشتر محاسبه کرده بود، امّا الگوی خورشیدی مبتنی بر فلک خارج مرکز احتمالاً پیش از هیپارخوس وجود داشته است، چرا که بطلمیوس تنها از کاربرد این الگو توسّط هیپارخوس (و نه ابداع آن) سخن گفته است. محتمل است که آپولونیوس الگوی خورشیدی خارج مرکز را می‌شناخته است.[1] بنابراین، «ارصاد قدیم» در عبارت بالا، اگرچه واضح نیست، امّا تأمّل برانگیز است. برای رسیدن به مقدار 2°;24 به خروج از مرکزی کمی بیش از مقدار 2p;30 بطلمیوس نیاز است: مقدار نسبتاً دقیق 2;30,45 یا مقدار تقریبی 2;31. درباره «حکمای قرش»: دست کم سه مکان با نام‌های مشابه می‌توان یافت: «قَرشی» یا «قَرْشَی» در نزدیکی بخارای قدیم، «قَرْشَفه» در روم، و «قُرَشیه» که روستایی در سواحل حمص نزدیک حلب، در سوریه، و انطاکیه بوده است. لیکن به احتمال بسیار این نام تصحیف «فرس» است؛ به این قرینه که چهار مقدار از مقادیر فوق‌الذّکر در مقدّمه *وجیز زیج المعتبر السّنجری* آمده که از آن میان مقدار 2°;20 به ایرانیان («عندالفرس») نسبت داده شده است.[2] مقادیری که در سنن مختلف نجومی در هند از سال ۴۰۰م به این طرف یافت می‌شوند، همگی به تقریب با مقدار مذکور در بند بالا، 2o;11، توافق دارند.[3] جداول تعدیل‌الشّمس از پنج مؤلّف باقیمانده، به همراه جداول

1. Pedersen, p. 135 and pp. 340ff.

۲. وجیز زیج سنجری، ۱پ. سه مقدار دیگر مربوط به هندوان، بطلمیوس و نیریزی است. خازنی، چنانکه خود تصریح دارد، مقدار 2°;13 را از شرح المجسطی نیریزی نقل کرده است. این اثر نیز همانند دو زیج وی در دست نیست.

3. Pingree, esp. pp. 97–98, 100 and 105.

یحیی بن ابی منصور و ابن الأعلم، را می‌توان در آخرین بخش این زیج، مقالت هشتم، یافت. این مقادیر از آن رو اهمیّت دارند که هیچ یک از زیج‌های ابن الأعلم، *علائی* (به جز در ترجمه یونانی) و دو زیج نیریزی باقی نمانده است.[۱] مقادیر فوق‌الذّکر در جدول ۵ زیر آمده است.

جدول۵

			e
۲۳۶ر:	یحیی بن ابی منصور	1;59,56	$2;5,34^{p}$
۴۹ر:	نیریزی	2;13	$2;19^{p}$
۲۳۸پ.–۲۳۹ر:	بتّانی	1;59,10	$2;4,45^{p}$
۲۳۶پ:	ابن الأعلم	2;0,10	$2;5,49^{p}$
۲۳۸ر:	خازنی	2;12,25	$2;18,38^{p}$
۲۴۰ر:	مؤلّف *زیج علائی*	1;58,59	$2;4,35^{p}$
۲۴۱پ:	ابن یونس، نیز در *زیج ایلخانی*[۲]	2;0,30	$2;6,10^{p}$
۲۴۳پ:	محیی‌الدّین مغربی	2;0,21	$2;5,59^{p}$

جداول تعدیل خورشید یحیی بن ابی منصور بر اساس متن اصلی، *زیج الممتحن*، و نیز جداول موجود در همین *زیج اشرفی* پیشتر بررسی شده‌اند.[۳] توجّه کنید که این مقدار از مقادیر [۷] و [۸] بالا که از رصدهای اولیّهٔ زمان مأمون که توسّط یحیی بن ابی منطور صورت گرفته بوده‌اند، متفاوت، و در عین حال دقیق‌تر، است. مقادیر $q(\overline{c})$ در *زیج الممتحن* بر اساس فرمول‌های تقریبی هندی محاسبه شده‌اند؛[۴] به همین جهت در این جداول $q_{\max} = q(90°)$.

مقدار بتّانی پیشتر در ش. [۳] بالا ذکر شد.

مقدار $2;5,49^{p}$ که ابن أعلم برای e به دست آورده است، اختلاف اندکی با مقدار $2;5,59^{p}$ محیی‌الدّین دارد؛ بنابراین، به نظر می‌رسد که ناشی از رصدهایی نسبتاً دقیق و درست بوده باشد.

1. Kennedy, A Survey of Islamic…, nos. 70; 84; 46 and 75.

۲. زیج ایلخانی، جداول تعدیل شمس: T: گگ ۲۸ر.–۳۰پ.؛ C: صص ۶۰–۶۵

3. Kennedy, "The Solar Equation…".

4. Neugebauer, pp. 20 and 95–6.

خازنی و عبدالکریم بن فهّاد، مؤلّف *زیج علایی*، که به فاصله حدود نیم قرن از یکدیگر می‌زیستند، دو مقدار مختلف برای e به دست داده‌اند که مقدار خازنی بسیار نزدیک به مقدار نیریزی، و مقدار عبدالکریم بن فهّاد بسیار نزدیک به مقدار بتّانی است.

مقدار به کار رفته در *زیج ایلخانی* که مؤلّف *زیج اشرفی* آن را به خود نصیرالدّین طوسی نسبت داده است در حقیقت مأخوذ از *زیج الحاکمی الکبیر* ابن یونس است.[۱]

گزارش رصدهای محیی‌الدّین در سال‌های ۶۳۳ و ۶۳۴ یزدگردی (۵-۱۲۶۴م.) در رصدخانه مراغه، که وی مقدار $2;5,59$ را بر اساس آن‌ها به دست آورد، و نیز روش محاسبه او را در *تلخیص المجسطی* وی در اختیار داریم.[۲] در جدول زیر مقادیر رصدی وی ـ که در هنگام گذر نصف‌النّهاری خورشید به دست آمده بودند ـ فهرست، و با مقادیر حقیقی مقایسه شده است.

جدول۶

JD	زمان گذر نصف‌النّهاری خورشید	اختلاف	حقیقی λ	رصد λ	
2182985	11h 55m	- 4' 17"	172;58,16	172;53,59	8 Sep. 1264
2183033	11h 45m	- 1' 41"	220;44,25	220;42,44	26 Oct. 1264
2183163	12h 11m	+ 3' 5"	352;16,49	352;19,54	5 Mar.1265

چنانکه در جدول بالا می‌توان دید، رصدهای محیی‌الدّین از دقّت خوبی برخوردار بوده است. وی بر اساس همین رصدها با کاربرد روش سه نقطه‌ای (شکل۴) مقدار $e = 2;5,59^{p}$ را به دست آورد. هرچند، مقداری که برای محاسبه جدول تعدیل مرکز شمس به کار برد، $e = 2;6^{p}$ است. وابکنوی همین جدول را در زیج خود آورده است.[۳] آزمون موردی مداخل این جدول نشان می‌دهد که مقادیر آن بر اساس رابطه داده شده در مقدّمه مقاله محاسبه شده است. مقدار محیی‌الدّین در رسالات نجومی پس از او به

۱. ابن یونس، ص ۱۷۴.

2. Saliba, pp. 115–120.

۳. وابکنوی، نسخه ت: ۱۵۴ر.

عنوان کمیّت جدیدی «که متأخّران از رصد به دست آورده‌اند» در کنار مقدار بطلمیوس ذکر می‌شده است.[۱]

بیش از یک سده پس از رصدخانه مراغه، مقدار دیگری برای e در رصدخانه سمرقند به دست آمد که از همه مقادیر سابق‌الذّکر دقیق‌تر بود. این مقدار در *زیج گورکانی* الغ بیگ به کار رفت: مقدار اندکی بیش از 2;1,20 که از مقدار 1;55,53,12 برای بیشینه تعدیل مرکز خورشید، مذکور در جداول زیج، قابل استخراج است.[۲]

III. بحث و استنتاج

۱. تأثیر خطاها بر طول خورشید

همه مقادیر جدول‌های بالا نشان می‌دهند که در ادوار میانه اسلامی برای e مقادیری کمتر از 2;30 بطلمیوس به دست آمده بود. این امر با توجّه به کاهش خروج از مرکز مدار زمین درست است. اگر خروج از مرکز مدار زمین، یعنی خروج از مرکز الگوی خورشید مرکزی، را e' بگیریم، آنگاه به تقریب می‌توان نوشت:

$$e' \cong \tfrac{1}{2} e \qquad (۷$$

یعنی، مرکز دایره حامل (مدار) خورشید (زمین) و مرکز زمین در الگوی زمین‌مرکزی (نقاط O و T در شکل۱) منطبق بر دو کانون بیضی در الگوی خورشیدمرکزی فرض شود.

در زمان بتّانی خروج از مرکز حقیقی خورشید مرکزی برابر بوده است با:

$e' = 0.01716$[۳]

اگر شعاع مداری را برابر واحد فرض کنیم (R= 1) مقداری که بتّانی به دست داده است برابر است با: $e = 0.01733$ بنابراین بیشینه خطای الگوی خورشیدی وی در تعیین λ (هنگامی که $\left|\lambda - \overline{\lambda}\right| = 90°$)، یعنی، خورشید به تربیع مداری خود برسد)، بالغ بر $\frac{360}{\pi}(e-e') = \frac{360}{\pi}(0.01733-0.01716) \cong 0.0195° \cong 0°;1$ خواهد بود

---

۱. برای نمونه، نک: شیرازی، *اختیارات*، ۵۰پ؛ شیرازی، *تحفه*، ۳۸پ.

۲. زیج سلطانی، ت: ۱۱۰ر-۱۱۵پ، م: ۱۱۷پ-۱۲۳ر.

۳. برای روش محاسبه، نک: Meeus, p. 151 .چنانکه بتّانی می‌گوید، وی رصدهایی که کمیّتهای خورشیدی را از آن به دست آورد، در سال ۱۱۹۴ اسکندر/ذوالقرنین = پس از ۱ سپتامبر (یا اکتبر) ۸۸۲م. (JD=2043452) انجام داد.

(قس: با خطای حـ $0°;23$ در مورد بطلمیوس). این مقدار خطا ممکن است هنگامی که $\bar{c} = 45°$ است حدود $\frac{180}{\pi}.\frac{3}{4}e'^2 = \frac{180}{\pi}.\frac{3}{4}.(0.01716)^2 = 0°;0,46$ کاهش یابد.[۱]

پس از روزگار بتّانی قاعدتاً باید شاهد به دست آوردن مقـادیر کوچـک‌تـر بـرای e و $q_{\max}$ باشیم، امّا به جز مقداری که عبدالکریم بن فهّـاد ارایـه داده اسـت، بقیّـه مقـادیر بیشتر از مقدار بتّانی، و بنا بر این نا دقیق‌تر، هستند. مقادیر e مربوط به ابن الأعلم، ابن فهّاد و محیی‌الدّین در جدول ۷ زیر فهرست و با مقدار حقیقی در روزگار هریک مقایسه شده است.

جدول۷

	e' حقیقی	e' به دست آمده	بیشینه خطا در λ
ابن الأعلم	0.01713	0.01747	>2.3'
ابن فهّاد	0.01705	0.01730	>1.7'
زیج ایلخانی	0.01701	0.01752	>3.5'
محیی‌الدین مغربی	0.01701	0.01750	>3.3

توضیح جدول ۷: مقادیر حقیقی در مورد ابن الأعلم و ابن فهّاد با توجه بـه روزگـار نسـبی فعالیّـت ایشان محاسبه شده است. برای ابن الأعلم: دهه‌های ۳۷۰-۳۵۰ق/۹۸۰-۹۶۰م و برای ابن فهّاد: دهه‌های ۷۵-۵۵۵ق/۸۰-۱۱۶۰م (با توجّه به گزارش رصـد قـران اعظـم سـال۵۶۲ق/۵۳۵ یزدگـردی/۱۱۶۶م بـه وسیلهٔ وی که حدود تقریبی تألیف زیج وی را به دست می‌دهد). البتّه بازه‌های زمانی کوتاه به اخـتلاف چندانی در مقادیر e' منجر نمی‌شوند. برای محیی‌الدّین، تـاریخ دقیـق انـدازه‌گیـری رصـدی وی، دهـه ۶۶۰ق/۶۳۰یزدگردی/۱۲۶۰م، را در اختیار داریم (نک جدول ۴-۲-۲) که با تقریب خوبی می‌توان همان را برای *زیج ایلخانی* نیز در نظر گرفت.

چنانکه در ابتدای مقاله آمد، e یکی از پارامترهای سـاختاری بـرای یـافتن وضـعیّت خورشید است، بنابراین خطا در e به خطای نظام‌دار در محاسبه مقادیر λ می‌انجامیـده است. این مقدار با توجّه به دقّت ابزارهای رصدی دوران باستان غیرقابل تشخیص بـوده است،[۲] امّا با توجّه به ابزارهای نجومی ادوار میانه اسلامی مـی‌توانسـت قابـل تشـخیص باشد.

۱. برای این روش محاسبات، نک: Neugebauer, III, pp. 1095–1101.

2. Neugebauer, III, p. 1102.

کمترین مقدار خطای ناشی از خروج از مرکز متعلّق *زیج سلطانی* است:

جدول ۷

λ بیشینه خطا در	e' حقیقی	e' به دست آمده	$q_{\max}$
<1'	0.01694	0.01685	1°;55,53,15

۲. روش‌ها و مقدار خطاها

در ابتدای مقاله در مثالی حسّاسیّت روش فصول نشان داده شد. به عنوان بررسی موردی از میزان دقّت روش سه نقطه‌ای، شایان ذکر است که نگارنده با استفاده از مقادیر حقیقی برای سه زمان رصد خورشید به وسیلهٔ محیی الدّین که پیشتر در بالا ذکر شد، و ادامه دادن روش محاسبه مثلثّاتی محیی‌الدّین (مذکور در Saliba 1985) به مقدار e=0.01693 رسید، یعنی خطایی در حدود ۸×۱۰^{-۵} یا تقریباً صفر نسبت به مقدار حقیقی خروج از مرکز زمین- خورشید (خطای محیی‌الدّین حدود ۶۲ برابر این مقدار است). بنابراین، می‌توان آشکارا دید که برخلاف روش فصول، روش سه نقطه‌ای به دلیل عدم حسّاسیّت به داده‌های ورودی نتایج قابل اطمینانی به دست می‌داده است. از این رو، خطای مقادیر تاریخی محاسبه شده بر اساس این روش می‌تواند ناشی از خطای مقادیر ورودی، خطای محاسب در گرد کردن مقادیر واسطه یا هر عامل دیگر باشد، ولی خود روش عامل بالقوّه در تولید خطا نبوده است و مقادیر حاصل از کاربرد این روش دست کم واگرایی‌های غیرقابل قبول نسبت به مقادیر حقیقی نشان نمی‌داده‌اند.

برای ارایه مقایسه‌ای بهتر از کاربرد سه روش، مقادیر تاریخی مذکور در مقاله در نمودار شکل۵ تصویر شده است. خطّ ضخیم ممتد نشان‌دهنده تغییرات حقیقی در خروج از مرکز است.[۱] چنانکه دیده می‌شود، خروج از مرکز زمین با گذشت زمان در حال کاهش است. تمام مقادیر تاریخی که در این مقاله ذکر شد، کاهش خروج از مرکز را با گذشت زمان نشان می‌دهند. برای مقایسه مقادیر تاریخی (بر حسب R=60) با مقادیر حقیقی، همه آنها بر حسب رابطه (۱) بند III به مقادیر بر حسب R=1 تبدیل و تا دقّت $۱۰^{-۵}$ گرد شده است. به این دلیل که تاریخ دقیق رصدهای خورشیدی برخی منجمّان، مانند ابن الأعلم، ابن یونس، فهّاد و الغ بیگ، را در اختیار نداریم، امّا میزان تغییرات

۱. براساس رابطه داده شده در Meeus, p. 151.

خروج از مرکز در طیّ دو دهه بندرت از 10^{-5} تجاوز می‌کند و در نتیجه تعیین مقدار حقیقی خروج از مرکز بر حسب حدود زمانی فعالیّت آن منجمّان ازتقریبی قابل قبول برخوردار خواهد شد.

در نمودار شکل ۶، پنج مقداری که با ○ مشخّص شده، مقادیر مذکور در شماره‌های [۱]، [۲]، [۴]-[۶] جدولهای بند II را نشان می‌دهد که بر اساس روش فصول به دست آمده بوده است. چهار مقداری که با ● مشخّص شده، شماره‌های [۸]-[۱۱] مربوط به بند II را نشان می‌دهد که از طریق روش اوساط بروج محاسبه شده است. سه مقداری که با ♦ مشخّص شده، به ترتیب مقادیر مربوط به یحیی بن ابی منصور، نیریزی و بتّانی (نک: شمـ [۳] بند II) است که از جداول تعدیل مرکز زیجهای این منجمّان استخراج شده است (چنانکه پیشتر آمد، مقدار خروج از مرکز که بیرونی بر اساس طول فصول اندازه‌گیری شده توسّط بتّانی محاسبه کرده، اندکی متفاوت از مقداری است که بتّانی در زیج خود آورده است). مقادیر متأخّر با ◊ نشان داده شده است: ابن الأعلم، ابن یونس، ابن فهّاد، خازنی، محیی‌الدّین و الغ بیگ. ستاره (*) مقدار کوپرنیک را نشان می‌دهد.

۳. نتایج

با نگاهی کلّی به این مقادیر نتایج زیر حاصل می‌شود:

۱- چنانکه می‌توان به وضوح مشاهده نمود، انحراف یا واگرایی‌ها در مقادیر حاصل از روش فصول بیشتر از روشهای دیگر است. نتایج روش اوساط بروج انحراف مشابهی را نسبت به یکدیگر نشان می‌دهند و خطای میانگین آنها کمتر از روش فصول است.

۲- با این حال، محدودیّت ذاتی و حسّاسیّت بالای روش فصول یا سهولت و اطمینان روش اوساط بروج یا دقّت بالای روش سه نقطه‌ای هیچ ضمانت یا الزامی برای حصول نتیجه دقیق از یک روش و نتیجه نادرست از روش دیگر به وجود نمی‌آورد. چنانکه می‌توان دید، دقیق‌ترین مقدار حاصل شده در ادوار میانه اسلامی، متعلّق به اندازه‌گیری سال ۳۸۵ یزدگردی/ ۱۰۱۶م به وسیلهٔ بیرونی، از روش فصول حاصل آمده است. همچنین مقدار دقیق یکی از اسلاف نزدیک به وی، یعنی ابوالوفاء، با کاربرد همان روش حاصل شده است.

۳- با استفاده از نتیجه (۱)، می‌توان با اطمینان بالا چنین نتیجه گرفت که نیریزی (که آثار وی برجای نمانده است) و همچنین خازنی از روش فصول برای تعیین خروج از

مرکز استفاده کرده‌اند. میزان خطای مقادیر آنان در حدّ خطای مروروذی در رصد دوم روزگار مأمون است.

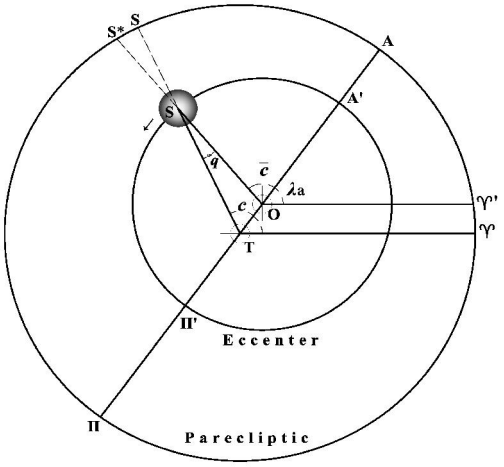
۴- مقدار خروج از مرکز تعیین شده به وسیلهٔ منجمّی نسبتاً گمنام مانند ابن فهّاد از دقّت بالایی (مثلاً بیشتر از ابن الأعلم، ابن یونس و محیی‌الدّین) برخوردار بوده است.

۵- بهترین دقّت در تعیین خروج از مرکز خورشید در میان منجمّانی که زیج‌های آنان نفوذ زیادی در دوران میانه اسلامی داشته‌اند (یعنی بتّانی، ابن الأعلم، ابن یونس، ایلخانی، محیی‌الدّین و الغ بیگ) متعلّق به *زیج سلطانی* الغ بیگ بوده است.

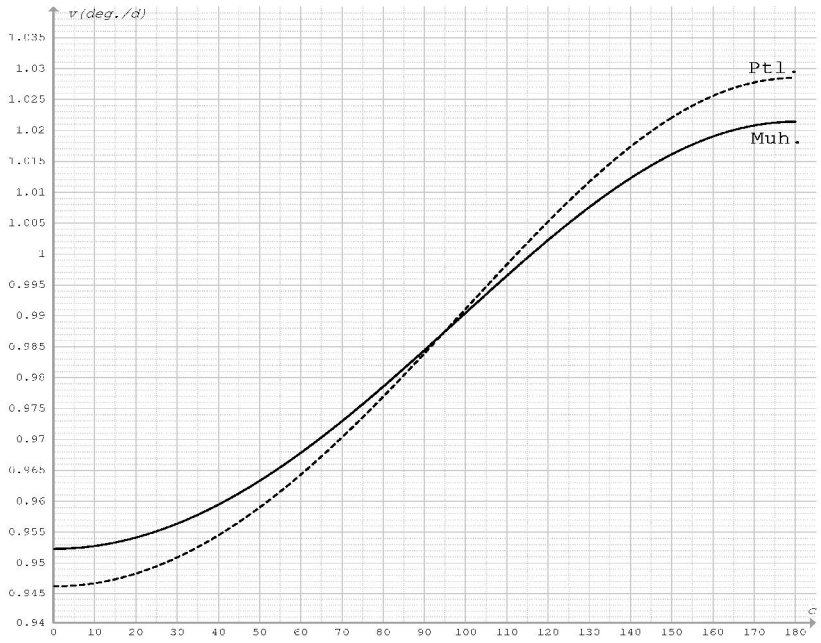
۶- دقّت بیشترینه اندازه‌گیری‌های صورت گرفته در ادوار میانه اسلامی بیش از دقّت اندازه‌گیری کوپرنیک در دهه‌های آغازین سده ۱۶م است.

در پایان باید بر این نکته مهمّ تأکید داشت که دقّت بیشتر در مقدار خروج از مرکز الزاماً به معنای دقّت بیشتر در تعیین طول خورشید نیست؛ زیرا، چنانکه در بند III-۱ دیدیم، خروج از مرکز تنها یکی از پارامترهای خورشیدی است که خطای آن تأثیر کمتری در تعیین طول خورشید دارد. هرچند، تعیین سرعت زاویه‌ای لحظه‌ای خورشید تماماً به این پارامتر بستگی دارد (I-۲).

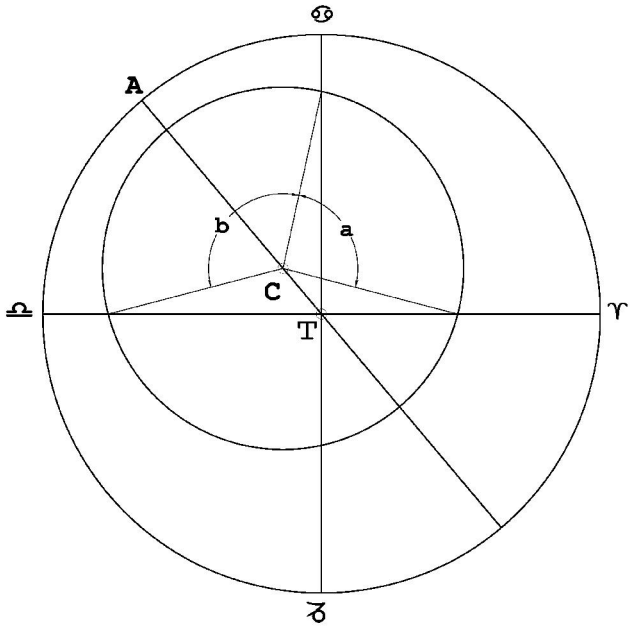
پیوست مقاله



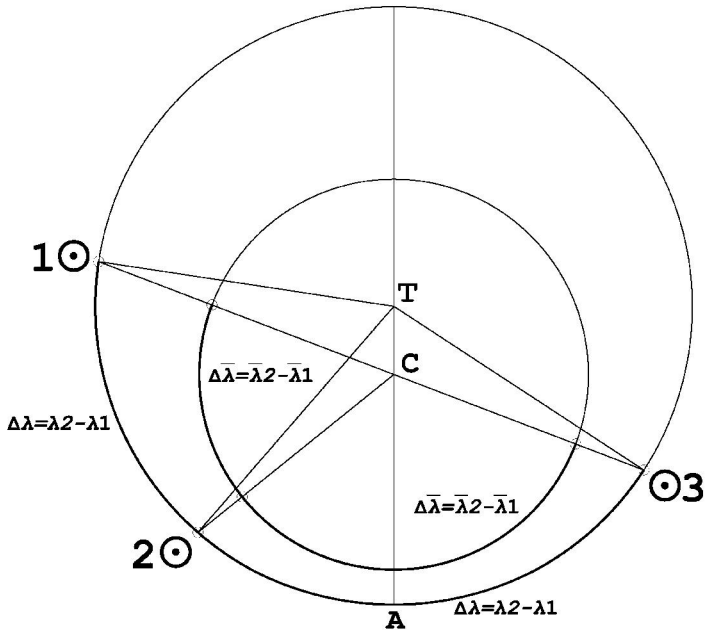
شکل۱: الگوی خورشیدی در نظام زمین مرکزی بطلمیوس



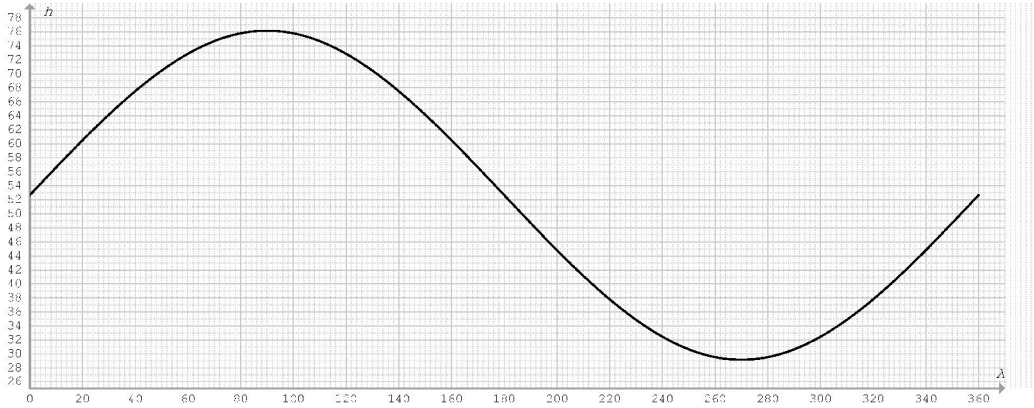
شکل۲: مقایسه تغییر سرعت زاویه‌ای خورشید در اثر تغییر خروج از مرکز بین مقادیر بطلمیوس و محیی‌الدّین



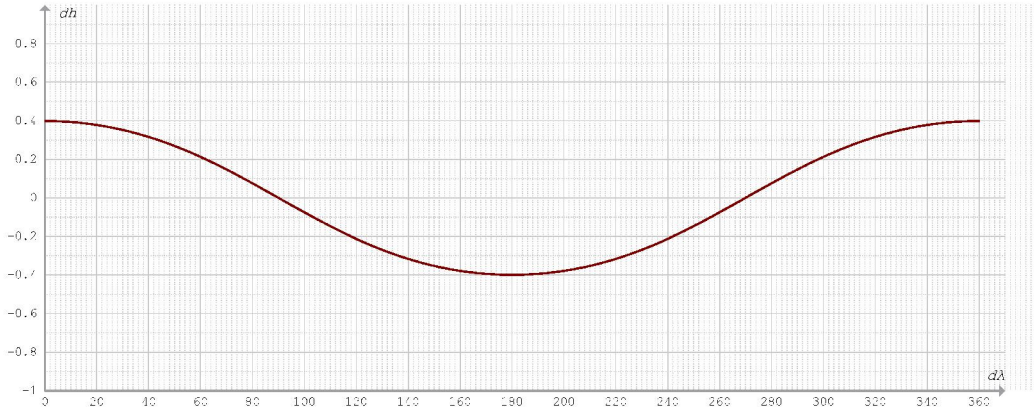
شکل۳: روش فصول برای تعیین خروج از مرکز. خورشید با سرعت یکنواخت روی دایره کوچکتر به مرکز C حرکت می‌کند. تصویر حرکت آن با سرعت غیریکنواخت روی دایره بزرگتر (بروج) به مرکز زمین E سنجیده می‌شود. مقدار جابجایی CE خروج از مرکز مدار خورشید است که بر حسب واحدهای شعاع R مدار خورشید بیان می‌شود. خورشید در نقطهٔ اوج A به بیشترین فاصله از زمین می‌رسد.



شکل ۴: روش سه نقطه‌ای برای تعیین خروج از مرکز. مقادیر $\Delta\lambda$ از طریق رصد به دست می‌آید و مقادیر $\Delta\bar{\lambda}$ با اندازه‌گیری طول سال اعتدالی و فاصله زمانی بین دو رصد متوالی محاسبه می‌شود. سپس، با کاربرد قواعد مثلثّات مسطّحه، اندازهٔ CE، خروج از مرکز، بر حسب اندازه شعاع دایره حامل خورشید (دایره کوچکتر در شکل) تعیین می‌شود.

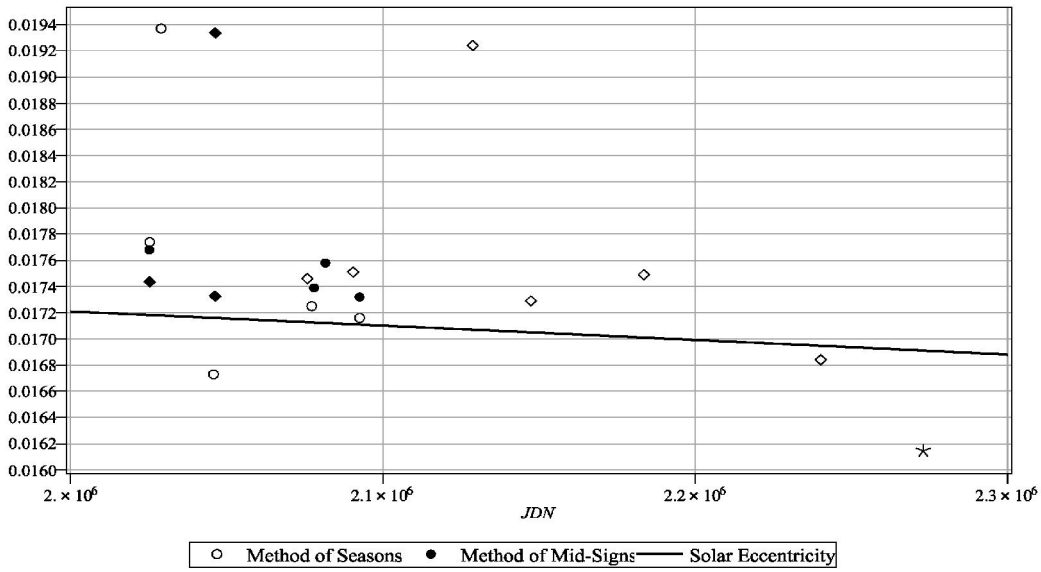


(الف)



(ب)

شکل ۵: (الف) تغییرات ارتفاع h خورشید بر حسب طول λ خورشید در عرض جغرافیایی φ=37;20° (ε=23;30°) (ب) سرعت تغییرات ارتفاع ($\mathrm{d}h/\mathrm{d}\lambda$)



شکل ۶: نمودار تغییرات خروج از مرکز زمین بر حسب روز ژولیانی و مقادیر تاریخی. مقادیر تاریخی بر حسب روش به کار رفته در اندازه‌گیری آن‌ها دسته‌بندی شده است:

○ : مقادیر مذکور در شماره‌های [۱]، [۲]، [۴]-[۶] جدولهای بند II، بر اساس روش فصول.

● : مقادیر شماره‌های [۸]- [۱۱] مربوط به بند II، روش اوساط بروج.

♦ : به ترتیب تاریخی، مقادیر مربوط به یحیی بن ابی منصور، نیریزی و بتّانی (نک. ش. [۳] بند II).

◊ : مقادیر به کار رفته در زیجهای معتبر دوران اسلامی: به ترتیب تاریخی، ابن الأعلم، ابن یونس، ابن فهّاد، خازنی، محیی‌الدّین و الغ بیگ.

ستاره (*): کوپرنیک.

منابع

۱. ابن یونس، ابوالحسن علی بن عبدالرّحمن، *زیج الکبیر الحاکمی*، نسخه خطّی لیدن، ش. Or. 143.

۲. الغ بیگ، *زیج سلطانی (گورکانی)*، نسخه خطّی ت: دانشگاه تهران، شمـ ۱۳ج؛ نسخه خطّی م: مجلس، شمـ ۷۲.

۳. بیرونی، ابوریحان، *القانون المسعودی*، حیدرآباد، دائرة المعارف العثمانیّة، ۱۹۵۴م.
۴. بیرونی، ابوریحان، *آثارالباقیّة عن القرون الخالیة*، تصحیح ادوارد زاخائو، لایپزیگ، ۱۹۲۳؛ ترجمه *آثار الباقیة عن القرون الخالیة*، اکبر داناسرشت، تهران، ابن سینا، ۱۳۵۲.
۵. خازنی، عبدالرّحمن، *الزّیج المعتبر السّنجری*، London, British Museum, No. Or. 6669 و Vatican, Arabo, No. 761؛ *وجیز الزّیج المعتبر السّنجری* Istanbul, Suleymaniye Library, Hamadiye collection, No. 859.
۶. شیرازی، قطب‌الدّین، *اختیارات مظفّری*، نسخه خطّی تهران، کتابخانهٔ ملّی، ش.۳۰۷۴ف. (استنساخ شده در سده هفتم هجری در روزگار حیات مؤلّف)
۷. شیرازی، قطب‌الدّین، *تحفة الشّاهیّة*، نسخه خطّی تهران، مجلس، ش. ۶۱۳۰ (استنساخ شده در ۷۳۰ق/ ۱۳۲۹/۳۰م)
۸. طوسی، نصیرالدّین و منجّمان مراغه، *زیج ایلخانی*، نسخه خطّی دانشگاه تهران، ش. ۱۶۵ از مجموعهٔ حکمت.
۹. طوسی، نصیرالدّین، *رسالة المعینیّه فی علم الهیئة*، نسخه خطّی تهران، مجلس، ش. ۶۳۴۷,
۱۰. الکمالی، محمّد بن ابی عبدالله سنجر، *زیج اشرفی*، Paris: MS. Paris, Bibliothèque Nationale, suppl. Pers. No. 1488
۱۱. وابکنوی بخاری، شمس‌الدّین محمّد، *زیج محقّق سلطانی*، نسخه خطّی ی: ایران، کتابخانه علومی یزد، بدون شماره؛ میکروفیلم آن در دانشگاه تهران، ش. ۲۵۴۶. نسخهٔ خطّی ت: ترکیه، کتابخانه ایاصوفیا، ش. ۲۶۹۴.
۱۲. یحیی بن ابی منصور، *زیج الممتحن*، Escorial, No. Arab 927
13. Charette, François, "The Locales of Islamic Astronomical Instrumentation", *History of Science*, 44 (2006), 123–138.
14. Copernicus, Nicolaus, *De Revolutionibus Orbium Coelestium* [On the Revolutions of the Heavenly Spheres], Norimbergae, apud Ioh. Petreium, 1543.
15. Grasshoff, Gerd, *The History of Ptolemy's Star Catalogue*, London, Springer, 1990.
16. Hughes, D. W., "Hipparchus' spring and summer and the ellipticity of the Earth's orbit", *Journal of the British Astronomical Association*, 99.2 (1989), 90–94.
17. Kennedy, E. S, *A Survey of Islamic Astronomical Tables*, Philadelphia: American Society Publishing, 1956.
18. Kennedy, E. S., "The Solar Equation in the Zīj of Yahya b. Abī Manūr", *Prismata: Festschrift für Willy Hartner*, Wiesbaden, Steiner, 1977, pp. 183–186. Reprinted in Kennedy, E. S., *Studies in the Islamic exact sciences*, Beirut, American University of Beirut, 1983, 136–139.
19. Meeus, Jean, *Astronomical Algorithms*, Richmond, William–Bell, 1998.

20. Meeus, J. and Savoie, D., "The history of the tropical year" *Journal of the British Astronomical Association*, 102.1(1992), 40–42
21. Nallino, C. A. (ed.), *Al-Battani sive Albatenii. Opus Astronomicum*, 3 vols., Milan, University of Milan Press, 1899–1907.
22. Newton, R. R., "The Authenticity of Ptolemy's Parallax Data-Part 1", *Quarterly Journal of the Royal Astronomical Society* 14(1973), 367–388.
23. Neugebauer, Otto, *The Astronomical Tables of Al-Khwarizmi*, Hist. Filos. Skr. Dan. Vid. Selsk. Vol. 4, no. 2, Copenhagen, 1962.
24. Neugebauer, Otto, *A History of Ancient Mathematical Astronomy*, Berlin-Heidelberg-New York, Springer–Verlag, 19745.
25. Pederson, Olaf, *A survey of Almagest*, Odense, Odense University Press, 1974.
26. Pingree, David, ''On the Classification of Indian Planetary Tables", *Journal for the History of Astronomy*, 1(1970), 95–108
27. Said, S. S. and Stephenson, F. R., "Precision of medieval Islamic measurements of solar altitudes and equinox times", *Journal for the History of Astronomy,* 26(1995), 117–132.
28. Saliba, George, "Solar Observations at Maragha observatory", *Journal for the History of Astronomy*, 16(1985), 113–122.